

2014 年成人高考专升本高等数学一考试真题及答案解析

一、选择题(1~10 小题，每小题 4 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的)

1、 $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{x})^{2x} =$ 【 】

- A、 $e^{1/2}$
- B、 e^{-1}
- C、 e
- D、 e^2

答案：D

解析：【考情点拨】本题考查了极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{x})^x = e$

的合识点.

【应试指导】 $(1 + \frac{1}{x})^{2x} = [(1 + \frac{1}{x})^x]^2 \rightarrow e^2$.

2、 设 $y=e^{-5x}$, 则 $dy=$

- A、 $-5e^{-5x}dx$
- B、 $-e^{-5x}dx$
- C、 $e^{-5x}dx$
- D、 $5e^{-5x}dx$

答案：A

解析：【考情点拨】本题考查了一元函数的微分的知识点.

【应试指导】 $y=e^{-5x}$, $dy = -5e^{-5x}dx$.

3、 设函数 $f(x) = x \sin x$, $f'(x) =$

- A、 $1/2$
- B、 1
- C、 $\pi/2$
- D、 2π

答案：B

解析：【考情点拨】本题考查了导数的基本公式的知识点.

【应试指导】 因为 $f'(x) = \sin x + x \cos x$, 所以 $f'(0) = 1 + 0 = 1$.

4、 设函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 连续，在 (a, b) 可导， $f'(x) > 0$ ， $f(a) < f(b)$, 则 $y=f(x)$ 在 (a, b)

- A、 不存在零点

5. 存在唯一零点 C.

存在极大值点 D.

存在极小值点

答案：B

解析：【考情点拨】本题考查了零点定理的知识点

【应试指导】由题意知 $f(x)$ 在 (a, b) 上单调递增， $f(a) \cdot f(b) < 0$ ，则 $y=f(x)$ 在 (a, b) 内存在唯一零点.

∴ $J_1 r^2 e^{r^2} = cLr$

A. $\frac{1}{3} e^{r^2} + C$

B. $3r^2 + C$

D. $\frac{1}{3} e^{r^2} \cdot 3r^2 + C$

答案：C

解析：【考情点拨】本题考查了第一类换元积、分法的知识点

【皮试指导】 $\int (3r^2 + \sin^2 r) dr = \int 3r^2 dr + \int \sin^2 r dr = r^3 + \frac{1}{2}r - \frac{1}{4}\sin 2r + C$

6. $\int_{-1}^1 (3x^2 + \sin^2 x) dx =$

A. -2

B. -1

C. 1

D. 2

答案：D

解析：【考情点拨】本题考查了定积分的奇偶性的知识点

【应试指导】 $\int_{-1}^1 (3x^2 + \sin^2 x) dx = 3 \int_{-1}^1 x^2 dx + \int_{-1}^1 \sin^2 x dx$

$\int_{-1}^1 \sin^2 x dx$. 因为 $\int_{-1}^1 x^2 dx = \frac{2}{3}$ 为偶函数，所以

$\int_{-1}^1 x^2 dx = 2 \int_0^1 x^2 dx = \frac{2}{3}$. 因 $\int_{-1}^1 \sin^2 x dx = \int_{-1}^1 \frac{1 - \cos 2x}{2} dx = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 (1 - \cos 2x) dx = \frac{1}{2} [x - \frac{1}{2} \sin 2x]_{-1}^1 = \frac{1}{2} (1 - \frac{1}{2} \sin 2) - \frac{1}{2} (-1 + \frac{1}{2} \sin 2) = 1 - \frac{1}{2} \sin 2$

为奇

函数，所以 $\int_{-1}^1 \sin^2 x dx = 0$. 故 $\int_{-1}^1 (3x^2 + \sin^2 x) dx = 3 \times \frac{2}{3} + 0 = 2$.

7. $\int_{-1}^1 \sqrt{x} dx =$

A. -e

B. $-e^{-1}$

C. e^{-1}

D. e

答案：C

解析：【考情点拨】本题考查了无穷区间的反常积分的知识点.

化教教育

【应试指寻】

$$= \lim_{x \rightarrow 0} (-c_1 x) = -c_1 \lim_{x \rightarrow 0} x = -c_1 \cdot 0 = 0$$

8、设二元函数 $z = x^2 + y \sin y$ ，则 $\frac{\partial z}{\partial x} =$

- A、 $2xy + \sin y$
- B、 $x^2 + x \cos y$
- C、 $2xy + x \sin y$
- D、 $x^2 y + \sin y$

答案：A

解析：【考情点拨】本题考查了二元函数的偏导数的知识点

【应试指寻】《为* $\frac{\partial z}{\partial x} = 2x + y \sin y$ ，所以 $\frac{\partial z}{\partial x} = 2xy + \sin y$ 。

9、设二元函数 $z = x^2 + y^2$ ，则 $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} =$

- A、 1
- B、 2
- C、 $x^2 + y^2$
- D、 $\sqrt{x^2 + y^2}$

答案：A

解析：【考情点拨】本题考查了二元函数的偏导数的应用的知识点

【应试指寻】因为 $\frac{\partial z}{\partial x} = 2x$ ， $\frac{\partial z}{\partial y} = 2y$ ，所以 $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} = 2(x + y)$ 。

$$y/PT7 \wedge VPT7^{31 dy}$$

10、设球面方程为 $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4$ ，则该球的球心坐标与半径分别为()

- A、 $(-1, 2, -3); 2$
- B、 $(-1, 2, -3); 4$
- C、 $(1, -2, 3); 2$
- D、 $(1, -2, 3); 4$

答案：C

解析：【考情点拨】本题考查了球的球心坐标与半径的知识点

【应试指寻】由球面方程 $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4$ ，

可知该球的球心坐标为 $(1, -2, 3)$ ，半径为 2 。

二、填空题(11~20 小题，每小题 4 分，共 40 分)

11、设 $\vec{a} = (1, 2, 3)$ ， $\vec{b} = (2, 3, 4)$ ，则 $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ _____。

【答案】 2/3

【考情点拨】 本题考查了特殊权 = 1 的

知识点.

【应试指导】 $\int_{-\infty}^0 x e^{-x} dx = A-3.$

$\int_{-\infty}^0 x e^{-x} dx = y$

12. 曲线 $y = \frac{1}{1+x^2}$ 的铅直渐近线方程为 _____

【答案】 $x = 0$

【考情点拨】 本题考查了曲线的铅直渐近线的知识点.

【应试指释】 *1 一一+时, “1^^ = 00, 则

13. 设 $y = \frac{1}{1+x^2}$ 的直渐近线.

13. 设: y

【答案】 【考情点拨】 本题考查了一元函数的一阶导数的知识点.

【应试指导】 因为: $y = \frac{1}{1+x^2}$ 所以: $y' =$

$\frac{1+x-x}{(1+x^2)^2} = \frac{1}{(1+x^2)^2}$

$(2x+cu) \neq 0,$

设函数 $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ 在 $x=0$ 处连续. 则 $a =$

14. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{1+x^2} = a$

【答案】 3

【考情点拨】 本题考查了函数在一点处连续的知识点.

【应试指导】 因为 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续. 所以

$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{1+x^2} = a = f(0) = \frac{1}{1+0} = 1.$

15. 曲线 $y = x + \cos x$ 在点 $(0, 1)$ 处的切线的斜率 $k =$ _____ [胃朗 1]

【考情点拨】 本题考查了导数的几何意义的知识点.

【应试指导】 因为 $y = x + \cos x$ 所以 $y' = 1 - \sin x$

在 $x=0$ 处, $y'(0) = 1 - \sin 0 = 1$, 即所求的斜率 $k = 1$.

$\int \sin x \cos x dx =$

16. $\int \sin x \cos x dx =$

本题考查了第一类换元积分法的知识点

【答案】 $\frac{1}{2} \sin^2 x + C$

【考情点拨】 $\int \sin x \cos x dx = \int \sin^2 x dx = \int \frac{1-\cos 2x}{2} dx = \frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4} + C$

【应试指导】

17. 设函数 $f(x) = \int_0^x e^{-t} dt$, 则 $f'(0) =$ _____

设函数 $f(x) = \int_0^x e^{-t} dt$, 则 $f'(0) = 1 - 0 = 1$

[胃朗 1]

【考情点拨】 本题考查了变上限的定积分的知识点.

【应试指导】 因为 $f(x) = \int_0^x e^{-t} dt$ 所以 $f'(x) = e^{-x}$

$f'(0) = e^{-0} = 1$.

18. 设二元函数 $z = x^2 + 2xy$, 则 $dz =$ _____

【答案】 $2(x+y)dx + 2ydy$

【考情点拨】本题考查了二元函数的全微分的知识点.

【应试指导】 $z = z(x, y)$ 所以 $dz = z'_x dx + z'_y dy$

$$dz = z'_x dx + z'_y dy$$

19、过原点(0, 0, 0)且垂直于向量(1, 1, 1)的平面方程为.

【答案】 $x + y + z = 0$

【考情点拨】本题考查了平面方程的知识点.

【应试指导】由题意知, 平面的法向量为(1, 1, 1), 则平面方程可设为 $x + y + z + D = 0$, 因该平面过(0, 0, 0)点, 所以 $D = 0$, 即 $x + y + z = 0$.

20、微分方程 $y' - 2xy = 0$ 的通解 $y =$ _____.

【答案】 Ce^{2x}

【考情点拨】本题考查了一阶微分方程的通解的知识点.

【应试指导】 $y' - 2xy = 0 \Rightarrow \frac{dy}{y} = 2x dx$,

两边积分得 $\ln y = x^2 + C$, 即 $y = Ce^{x^2}$.

三、解答题(21~28题, 共70分. 解答应写出推理、演算步骤)

21、计算

22、设 $Y = y(x)$ 满足 $2y + \sin(x+y) = 0$, 求

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{y'(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1}{x} = \frac{1}{\frac{\pi}{2}} = \frac{2}{\pi}$$

将 $2y + \sin(x+y) = 0$ 两边对 x 求导, 得 $2y' + \cos(x+y) \cdot (1+y') = 0$, $\cos(x+y) = -\frac{2y'}{1+y'}$

23、求函数 $f(x) = x^3 - 3x$ 的极大值.

解 $f(x) = x^3 - 3x$.

令 $f'(x) = 0$, 得驻点 $x = -1, x = 1$. 又 $f''(x) = 6x$.

$f''(-1) = -6 < 0$, $f''(1) = 6 > 0$.

所以 $x = -1$ 为 $f(x)$ 的极大值点.

$f(x)$ 的极大值为 $f(-1) = 2$.

24、计算 $\int \frac{1}{1+x^2} dx$

$$\int \frac{1}{1+x^2} dx = \arctan x + C$$

25、设由 $f(x) = \frac{1}{2} + \cos(x-1)$, 求 $f'(1)$.

解 $f(x) = \frac{1}{2} + \cos(x-1)$.

所以 $f'(1) = 0$.

计算 $\int_D (x+y) dx dy$, 其中 D 是由直线 $x=0, y=0, x+y=1$ 围成的平面有界区域.

26、 $\int_{-1}^1 (x^2 + 1) dx = \int_{-1}^1 x^2 dx + \int_{-1}^1 1 dx = \frac{2}{3} + 2 = \frac{8}{3}$

$$\blacksquare J(1+4r)(1-x)4r$$

$$= \frac{2}{3}$$

判定级数的收敛性.

27、

• 因为 $\blacksquare h^{\wedge} > 0$,

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{5n+2}{5n+1} \cdot \frac{5n-h}{5n+1} \sim \frac{5n+2}{5n+1} \cdot \frac{5n-h}{5n+1}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n+2}{5n+1} \cdot \frac{5n-h}{5n+1} = 1$$

所以级数收敛.

28、求微分方程 $y'' + 3y' + 2y = e^x$ 的通解.

对应的齐次方程为

$$y'' + 3y' + 2y = 0$$

特征方程为 $r^2 + 3r + 2 = 0$,

特征根为 $r_1 = -2, r_2 = -1$.

所以齐次方程的通解为

$$Y = C_1 e^{-2x} + C_2 e^{-x}$$

设 $Y = Ae^x$ 为原方程的一个特解.

代入原方程可得

$$A = \frac{1}{6}$$

所以原方程的通解为

$$y = Y + Y^* = C_1 e^{-2x} + C_2 e^{-x} + \frac{1}{6} e^x$$

文化素质教育