

2015年成人高考专升本高等数学二考试真题及答案解析

一、选择题(1~10小题,每小题4分,共40分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{x^2+1} = ($

A、 0

答案：A

解析：【考情点拨】本题考查了极限的计算的知识点.

【应试指导】 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{x^2+1} = \frac{-1+1}{(-1)^2+1} = 0.$

B、 1/2

C、 1

D、 2

2 当 $x \rightarrow 0$ 时, $\sin 3x$ 是 $2x$ 的 <

A、 低阶无穷小量

B、 等价无穷小量

C、 同阶但不等价无穷小量

D、 高阶无穷小量

答案：C

解析：【考情点拨】本题考查了无穷小量的比较的知识点.

【应试指导】把 $\sin 3x$ 看成 $3x$ 的同阶但不等价无穷小量.

又函数 $f(x) = \begin{cases} x^2, & x < 0 \\ x^2 + 1, & x \geq 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处()

A、 有定义且有极限

B、 有定义但无极限

C、 无定义但有极限

D、 无定义且无极限

答案：B

解析：【考情点拨】本题考查了分段函数的极限的知识点.

【应试指导】

当 $x > 0$ 时, $f(x) = x^2 + 1$. 故 $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1$. 即

$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1$. 故 $f(x)$ 在 $x=0$ 处有定义, $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1$.

$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 0$. 故 $f(x)$ 在 $x=0$ 处无极限.

在 $x=0$ 处无极限.

A、 $(1+x)e^f$

B $(+He^f$

c $(1+fp$

D $(1+2x)e^f$

答案：c

解析：【考情点拨】本题考查了导数的四则运算法则的知识点。

【应试指导】

因 $f(x) = xef^f$, 求 $f'(x) = e^f + x \cdot e^f \cdot f'$

$f' = (1+x)ef^f$

5、下列区间为函数 $f(x)=x^4-4x$ 的单调增区间的是(

A、 $(-\infty, +\infty)$

B、 $(-\infty, 0)$

C、 $(-1, 1)$

D、 $(1, +\infty)$

答案：D

解析：【考情点拨】本题考查了函数的单调性的知识点。

【应试指导】 $f(x) = x^4 - 4x, f'(x) = 4x^3 - 4 = 4(x^3 - 1)$. 令 $f'(x) = 0$, 得 $x = 1$. 当 $x > 1$ 时, $f'(x) > 0$. 故 $f(x)$ 的单调增区间为 $(1, +\infty)$.

6、已知函数 $f(x)$ 在区间 $[-3, 3]$ 上连续, 则 $\int_{-3}^3 f(x) dx =$ ()

A、 0

B、 $\int_{-3}^3 f(x) dx$

C、 $\int_{-3}^3 f(x) dx$

答案：B

解析：【考情点拨】本题考查了定积分的换元积分法的知识点

【应试指导】令 $t = 3x$, 则 $dx = \frac{1}{3} dt$. 当 $x = -3$ 时, $t = -9$; 当 $x = 3$ 时, $t = 9$. 故

$\int_{-3}^3 f(x) dx = \frac{1}{3} \int_{-9}^9 f(\frac{t}{3}) dt$

$\int_{-3}^3 f(x) dx = \frac{1}{3} \int_{-9}^9 f(\frac{t}{3}) dt$

A、 $-\frac{1}{2} \cos x + C$

B、 $-\frac{1}{2} \cos x + C$

D、 $\int -j: ^1 - \text{COSI:} + C$

答案：D

解析：【考情点拨】本题考查了不定积分的计算的知识点。

【应试指#1 $+*inr>dr = jjidr+J''\sin wlr -x-1-\text{COSX}+C(C$ 为任意常数).

8、设函数 $f(x) = \int_{-1}^x f(x) dx$, 则 $f(1) = (\quad)$

- A、 -1
- B、 0
- C、 1
- D、 2

答案：C

解析：【考情点拨】本题考查了变上限积分的性质的知识点。

【应试指导】 $f(x) = \int_{-1}^x f(x) dx$

■ $r-1$. 故 $f(x) = 1$.

9、设二元函数 $z = f(x, y)$, 则 $g = (\quad)$

- A、 yxV^1
- B、 yxV^{+1}
- C、 $xV\lnx$
- D、 xV

答案：A

解析：【考情点拨】本题考查了偏导数的知识点。

【应试指#】 $z = y, tip = 只广^1$.

10、设二元函数 $Z = \cos(x+y)$, 则 $\frac{\partial^2 Z}{\partial x^2} = (\quad)$

- A、 $y^2\sin(xy)$
- B、 $y^2\cos(xy)$
- C、 $-y^2\sin(xy)$
- D、 $-y^2\cos(xy)$

答案：D

解析：【考情点拨】本题考查了高阶偏导数的知识点。

【皮试播导】 $z = \cos(x+y)$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = -\sin(x+y)$

二、填空题(11~20 小题，每小题 4 分，共 40 分)

11、 $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】0

【考情点拨】本题考查了极限的计算的知识点。

【应试指导】当 $x \rightarrow 0$ 时， x 是无穷小量，

12、 $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}}$

【答案】 e

【考情点拨】本题考查了重要极限的应用的知识点。

【应试指导】

$\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = \lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{\ln(1+x)}{x}} = e^{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x}} = e^1 = e$

13、 设由数 $y = \ln(4x - 1)$ ，则 $y'(1) =$

【答案】4

【考情点拨】本题考查了复合函数的导数的知识点。

【应试指导】一“一、八…玲，故

$y'(1) = 4$

设函数 $y = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$ ，则 $dy =$

【答案】 $\frac{1}{1+\sqrt{1+x^2}} dx$

【考情点拨】本题考查了微分的知识点。

【应试指导】 $y = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$ ， $y' = \frac{1}{x + \sqrt{1+x^2}} \cdot (1 + \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}) = \frac{1}{1 + \sqrt{1+x^2}}$

15、 设函数 $y = x^2 + e^{-x}$ ，则 $y' =$

【答案】 $2x - e^{-x}$

【考情点拨】本题考查了高阶导数的知识点。

【应试指导】 $y = x^2 + e^{-x}$ ， $y' = 2x - e^{-x}$

故 $y' = 2x - e^{-x}$

16、 $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$ ，则 $f(x) =$

【考情点拨】本题考查了不定积分的知识点。

【答案】 $\ln|x|$

【应试指导】 $f(x) = \ln|x| + C - C = \ln|x|$

17、 $\int_0^1 x^2 dx =$

【答案】 $\frac{1}{3}$

【考情点拨】本题考查了定积分的性质知识点。

【应试指导】 $f(x) = x^2$ 在 $[0, 1]$ 上为奇函数，故 $\int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3}$

18、 $\int \frac{1}{x} dx =$

【答案】 $\ln|x| + C$

【考情点拨】本题考查了不定积分的性质知识点。

【皮试指#】 $\int (\ln x + \frac{1}{x} + a) dx$ (a为任意常数).

19、由曲线 $V = P$, 直线 $1 = 1$ 及 z 轴所围成的平面有界图形的面积 S 【《】+

【考情点《】本属考查定积分的应用.

【皮试擷辱】由题意得 $S = \int_0^1 dx = \frac{1}{2}$.

20、设二元函数 $z = f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处可微, 且 $f'_x(x_0, y_0) = 2, f'_y(x_0, y_0) = 3$, 则 $dz|_{(x_0, y_0)}$ 的表达式为

【答*1 -e

【考情 Att】本遭考奢 T 偏导数的知识 A.

【应试指导】 $dz = f'_x dx + f'_y dy$

士 · 故 $dz = 2dx + 3dy$.

三、解答题 (21 ~28 题, 共 70 分. 解答应写出推理、演算步骤)

21、计算 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$

解: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x}{1} = 1$ (6分)

或 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x}{1} = 1$ (8分)

22、设函数 $y = \cos(x^2 + 1)$, 求 $\frac{dy}{dx}$.

解: $\frac{dy}{dx} = -\sin(x^2 + 1) \cdot 2x = -2x \sin(x^2 + 1)$ (6分)

23、计算 $\int \frac{1}{\sqrt{4+x^2}} dx$. (8分)

$$= \frac{1}{2} \ln(4+x^2) + C$$

24、计算 $\int_0^1 (x^2 + 1) dx$, 其中 $f(x) = x^2 + 1$.

解: $\int_0^1 (x^2 + 1) dx = \frac{1}{3}x^3 + x \Big|_0^1 = \frac{1}{3} + 1 = \frac{4}{3}$ (3分)

25、已知函数 $f(x) = e^x - 1$, 且 $f'(x) = e^x$. 求 $\int_0^1 f(x) dx$. (8分)

解: 等式两边对 x 求导, 得 $f'(x) = e^x$. (4分)

等式两边对 x 求导, 得 $f'(x) = e^x$. (4分)

解: $\int_0^1 (e^x - 1) dx = e^x - x \Big|_0^1 = e - 1$ (8分)

已知函数 $f(x) = \ln x - x$. (1) 求 $f(x)$ 的单调区间和极值. (2) 判断曲线 $y = f(x)$ 的凹凸性.

令 $f(x)$ 的定义域为 $(0, +\infty)$, $f(x) = x - 1$.

令 $f(x) = 0$ 得 11 点 $X = 1$.

当 $0 < x < 1$ 时, $f'(x) > 0$; 当 $x > 1$ 时, $f'(x) < 0$. $f(x)$ 的单增区间是 $(0, 1)$, 单减区间是 $(1, +\infty)$.

$f(x)$ 在 $x = 1$ 处取得极大值 $f(1) = 0$. (7分) (2) W

为 $f(x) = x - 1 < 0$, 所以曲线 $y = f(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 上是凸的. (2)

0分)

27、

$$y + 3x \text{ 的极值. } f(x, y) = 1 - x^2 - y^2 = 2.$$

$$\begin{cases} y + 3 = 0, \\ + 2y = 0 \end{cases} \text{ 解得 } x = -6, y = -3. \text{ (5分)}$$

$$f(-6, -3) = 1 - (-6)^2 - (-3)^2 = -2.$$

故 $f(x, y)$ 在点 $(-6, -3)$ 处取得极小值, 极小值为 $f(-6, -3) = -9$. (10分)

28、从装有 2 个白球, 3 个黑球的袋中任取 3 个球, 记取出白球的个数为 X .

(1) 求 X 的概率分布;

X 可能的取值为 0, 1, 2. (2分)

$$P(X = 0) = \frac{C_3^3}{C_5^3} = 0.1.$$

$$P(X = 1) = \frac{C_2^1 \cdot C_3^2}{C_5^3} = 0.6.$$

$$P(X = 2) = \frac{C_2^2 \cdot C_3^1}{C_5^3} = 0.3.$$

所以 X 的概率分布为

X	0	1	2
P	0.1	0.6	0.3

(2) 求 X 的数学期望 $E(X)$. (7分)

$$E(X) = 0 \times 0.1 + 1 \times 0.6 + 2 \times 0.3 = 1.2.$$

(10分)

文化藝術教育